

CHAPITRE
5

Algèbre Relationnelle

Dr S. SELMI

2016-2017

Algèbre relationnelle : Définition

- Collection d'opérations formelles qui agissent sur des relations et produisent une relation en résultat.
- Les principes de l'Algèbre Relationnelle sont beaucoup utilisées de nos jours par les SGBD pour la gestion des BDs informatiques comme le SQL, etc.
- Dans la plupart des systèmes relationnels, la réponse à une requête s'obtient par l'utilisation d'un ou plusieurs opérateurs relationnels.

Algèbre relationnelle : Opérateurs relationnels

Opérations classiques ensemblistes:

- Union (\cup)
- Intersection (\cap)
- Différence ($-$)

- Produit Cartésien (\times)

Les deux relations doivent posséder le même nombre d'attributs et les domaines des attributs associés doivent être de même type

Algèbre relationnelle : Opérateurs relationnels

Opérations spécifiques BD utilisant les valeurs des attributs:

- Sélection (σ)
- Projection (π)
- Jointures (\bowtie / $*$)
- Division (\div)

Les opérateurs relationnels: La Sélection σ

- La sélection $\sigma_C(R)$ s'applique à une relation R et extrait de cette relation les tuples qui satisfont un critère de sélection C. Ce critère peut être:
 - Une comparaison entre une attribut A de la relation et une constante a
 - Une comparaison entre deux attributs A1 et A2
- C est une condition logique s'exprimant au moyen des attributs de R et des opérateurs logiques **AND**, **OR**, **NOT** et de comparaison =, ≠, <, >, ≤, ≥, **BETWEEN**, **IN**, **LIKE**
- **Notation** : $\sigma_{condition}(R)$
RESTRICT(R,condition)
R[condition]

Algèbre relationnelle : Sélection (ou restriction) (1/4)

Exemple : Relation Etudiant

N° CIN	Nom	Prénom	Adresse
07768549	Tounsi	Ahmed	Tunis
07856345	Ben Saleh	Mohamed	Bizerte
04534236	Ben Mohamed	Ali	Jendouba
08765645	Kouki	Fatma	Bizerte

Exprimer la requête qui donne les étudiants habitant Bizerte

$\sigma_{\text{Adresse} = \text{''Bizerte''}}$ (Etudiant)

N° CIN	Nom	Prénom	Adresse
07856345	Ben Saleh	Mohamed	Bizerte
08765645	Kouki	Fatma	Bizerte

Algèbre relationnelle : Sélection (ou restriction) (3/4)

R		
A	B	C
a	b	1
d	a	2
c	b	3
a	b	4
e	e	5

$\sigma_C(R)$



Où $C = (A='a' \text{ OU } B='a') \text{ ET } C \leq 3$

Résultat		
A	B	C
a	b	1
d	a	2

Algèbre relationnelle : Projection (1/2)

- Opération sur une relation $R1$ consistant à composer une relation $R2$ en enlevant à la relation initiale tous les attributs non mentionnés en opérandes.
- **Notation** $\pi_{A1, A2, \dots, An} (R)$
 $R[A1, A2, \dots, An]$
 $PROJECT(R, A1, A2, \dots, An)$
- $\pi_{liste1} (\pi_{liste2} (R)) = \pi_{liste1} (R)$

Algèbre relationnelle : Projection (1/2)

Soit la relation **ÉTUDIANT** :

Num_Etud	Nom_Etud	Nom_Départ	Adr_Départ
428	Ben Saleh	Informatique	Bizerte
629	Tounsi	MQ	Nabeul
360	Ben Ahmed	Informatique	Jendouba
512	Ben Khaled	Informatique	Jendouba

$\pi_{\text{Nom_Etud, Nom_Départ}}$ (Etudiant) :

Nom_Etud	Nom_Départ
Ben Saleh	Informatique
Tounsi	MQ
Ben Ahmed	Informatique
Ben Khaled	Informatique

$\pi_{\text{Num_Etud, Nom_Etud}}$ (Etudiant) :

Num_Etud	Nom_Etud
428	Ben Saleh
629	Tounsi
360	Ben Ahmed
512	Ben Khaled

Algèbre relationnelle : Union (1/2)

- Opération portant sur *deux relations de même schéma* $R1$ et $R2$, consistant à construire une relation de même schéma $R3$ ayant pour tuples ceux appartenant à $R1$ ou $R2$.
- **Notation** $R1 \cup R2$
UNION ($R1, R2$)

Algèbre relationnelle : Union (1/2)

Soit la relation OUVRIER

Num_Employé	Nom_Employé
14	Ben Mohamed
45	Ben Saleh
56	Tounsi

Soit la relation CADRE

Num_Employé	Nom_Employé
78	Hadded
98	Haj Mtir

Ouvrier \cup Cadre

Num_Employé	Nom_Employé
14	Ben Mohamed
45	Ben Saleh
56	Tounsi
78	Hadded
98	Haj Mtir

Algèbre relationnelle : Intersection (1/2)

- Opération portant sur *deux relations de même schéma R1 et R2* consistant à construire une relation de même schéma R3 ayant pour tuples ceux appartenant à la fois à R1 et R2.
- **Notation** $R1 \cap R2$
INTERSECT (R1, R2)
AND(R1, R2)

Algèbre relationnelle : Intersection (2/2)

Soit la relation INGENIEUR

Num_Employé	Nom_Employé
14	Ben Mohamed
45	Ben Saleh
56	Tounsi

Soit la relation CHEF DE SERVICE

Num_Employé	Nom_Employé
34	Ben Mohamed
45	Ben Saleh
6	Tounsi
56	Tounsi

Ingénieur \cap Chef de service

Num_Employé	Nom_Employé
45	Ben Saleh
56	Tounsi

Algèbre relationnelle : Différence (1/2)

- Opération portant sur deux relations de même schéma $R1$ et $R2$, consistant à construire une relation de même schéma $R3$ ayant pour tuples ceux appartenant à $R1$ et n'appartenant pas à $R2$.
- **Notation** $R1 - R2$
DIFFERENCE($R1, R2$)
REMOVE ($R1, R2$)
MINUS($R1, R2$)

Algèbre relationnelle : Différence (2/2)

Soit la relation INSCRITS

Nom_Étud	Spécialité
Ben Mohamed	Marketing
Ben Saleh	Gestion
Tounsi	Économie
Ben Mahmoud	Gestion

Soit la relation REÇUS

Nom_Étud	Spécialité
Ben Mohamed	Marketing
Tounsi	Économie

Inscrits - Reçus

Nom_Étud	Spécialité
Ben Saleh	Gestion
Ben Mahmoud	Gestion

Algèbre relationnelle : Produit cartésien (1/2)

- Opération portant sur deux relations $R1$ et $R2$, consistant à construire une relation $R3$ ayant pour schéma la concaténation de ceux des relations opérandes et pour tuples toutes les combinaisons des tuples des relations opérandes
- **Notation** $R1 \times R2$
PRODUCT($R1, R2$)
TIMES($R1, R2$)

Algèbre relationnelle : Produit cartésien (1/2)

Le produit cartésien se construit en combinant toutes les possibilités.

Soit la relation LIVRE

Titre	Auteur
X	Ben Saleh
Y	Tounsi

Soit la relation EDITION

Couleur	Type
Rouge	Luxe
Blanc	Broché

Livre x Edition

Titre	Auteur	Couleur	Type
X	Ben Saleh	Rouge	Luxe
X	Ben Saleh	Blanc	Broché
Y	Tounsi	Rouge	Luxe
Y	Tounsi	Blanc	Broché

Algèbre relationnelle : Jointure

La jointure est un Produit cartésien suivi d'une sélection

$$R1 \bowtie_C R2 = \sigma_C (R1 \times R2)$$

R			S	
A	B	C	D	E
1	2	3	3	1
4	5	6	1	2

1) Produit Cartésien: $R \times S$

A	B	C	D	E
1	2	3	3	1
1	2	3	1	2
4	5	6	3	1
4	5	6	1	2

2) Jointure: $R \bowtie_{B < D \text{ et } C > E} S$

A	B	C	D	E
1	2	3	3	1

Algèbre relationnelle : Variantes de Jointure

Théta-Jointure une jointure dans laquelle la condition C est une simple comparaison entre un attribut A1 de la relation R1 et un attribut A2 de la relation R2.

R	
A	B
1	a
3	a

S		
C	D	E
1	b	a
2	b	c

R x S				
A	B	C	D	E
1	a	1	b	a
1	a	2	b	c
3	a	1	b	a
3	a	2	b	c

$R \bowtie_{A \leq C} S$				
A	B	C	D	E
1	a	1	b	a
1	a	2	b	c

Algèbre relationnelle : Variantes de Jointure

Une **équi-jointure** est une jointure dans laquelle la condition C est un test d'égalité entre un attribut A1 de la relation R1 et un attribut A2 de la relation R2 (sans élimination de l'attribut superflus).

R		
A	B	C
a	b	c
d	e	c'

S		
A'	B'	C'
a'	b	c'
a'	b'	c'

ÉquiJointure: $R_{C=C'} \bowtie S$					
A	B	C	A'	B'	C'
d	e	c'	a'	b'	c'
d	e	c'	A'	B'	c'

Algèbre relationnelle : Variantes de Jointure

La **Jointure Naturelle** est une équi-jointure dans laquelle les attributs des relations $R1$ et $R2$ portent le même nom.

Dans la relation construite, l'attribut n'est pas dupliqué mais fusionné en un seul attribut.

Notation: $R1 * R2$ ou $JOIN(R1, R2)$

La définition d'une jointure naturelle exige que les deux attributs de la jointure portent le même nom dans les deux relations.

Algèbre relationnelle : Variantes de Jointure

La jointure Naturelle

R		
A	B	C
a	b	c
a'	b'	c'

S			
B	C	D	E
b	c'	d	f
b'	c'	e	f

R x S						
A	B	C	B	C	D	E
a	b	c	b	c'	d	f
a	b	c	b'	c'	e	f
a'	b'	c'	b	c'	d	f
a'	b'	c'	b'	c'	e	f

Jointure Naturelle: R * S				
A	B	C	D	E
a'	b'	c'	e	f

Algèbre relationnelle : Division (1/2)

La division revient à chercher l'ensemble des sous-tuples de R1 vérifiant tous les tuples de R2

- **Notation** $R1 \div R2$ ou DIVISION (R1, R2)

Algèbre relationnelle : Division (2/2)

Permet d'obtenir les occurrences de R1 qui sont associées à toutes les occurrences de R2.

Une relation est, donc, divisée par une autre relation contenant exclusivement des attributs de la première relation.

Nom_Étud	Nom_Prof
Mohamed	Ben Saleh
Ali	Tounsi
Fatma	Ben Saleh
Yesmine	Ben Khaled
Mohamed	Tounsi
Ali	Ben Saleh
Fatma	Ben Khaled

Nom_Étud
Mohamed
Ali

Donner le nom des profs qui enseignent conjointement aux élèves figurant dans la seconde relation.

Nom_Prof
Ben Saleh
Tounsi

Algèbre relationnelle: Exercice(1)

EMPLOYÉ (Prénom, Nom, N°SS, Date_Naissance, Adresse, Sexe, Salaire, N°SS_Sup, #N°Serv)

SERVICE (N°Serv, NomServ, N°SS_Dir)

PROJET (N°Proj, Nomproj, Emplacement, #N°Serv)

TRAVAILLER SUR (N°SS, N°Proj, Nbr_heures)

Algèbre relationnelle

Q1: Rechercher les employés appartenant au service N° 4

$\sigma_{N^{\circ}\text{serv}=4}(\text{EMPLOYÉ})$

Q2: Rechercher les employés dont le salaire dépasse 1000DT

$\sigma_{\text{salaire}>1000}(\text{EMPLOYÉ})$

Q3: Rechercher les employés qui travaillent dans le service 4 pour un salaire supérieur à 1200 DT ou qui travaillent dans le service 5 pour un salaire supérieur à 800 DT

$\sigma_{(N^{\circ}\text{serv}=4 \text{ ET } \text{salaire}>1200) \text{ OU } (N^{\circ}\text{serv}=5 \text{ ET } \text{salaire}>800)}(\text{EMPLOYÉ})$

Algèbre relationnelle

Q4: Rechercher les noms, prénoms et salaires de tous les employés qui travaillent dans le service N° 5.

$$R \leftarrow \pi_{\text{prénom, nom, salaire}} (\sigma_{\text{N°serv}=5} (\text{EMPLOYÉ}))$$

OU

$$R1 \leftarrow \sigma_{\text{N°serv}=5} (\text{EMPLOYÉ})$$

// Tous les enregistrements des employés qui travaillent dans le service N°5

$$R \leftarrow \pi_{\text{prénom, nom, salaire}} (R1)$$

//Projection sur les enregistrements déterminés pour n'afficher que les attributs dont on a besoin

Algèbre relationnelle

Q6: Rechercher le nom et l'adresse de tous les employés qui travaillent pour le service « Recherche »

R1 ← $\sigma_{\text{NomServ}=\text{« Recherche »}}$ (SERVICE)

// les enregistrements des services dont le nom est Recherche

EMP_RECH ← (R1 * EMPLOYÉ)

// jointure avec la table Employé par rapport à l'attribut commun N°Serv

// Comparer deux attributs identiques via une égalité → Jointure Naturelle

RESULTAT ← $\pi_{\text{prénom, nom, adresse}}$ (EMP_RECH)

\\ Projection sur le résultat pour n'afficher que les attributs nécessaires

Algèbre relationnelle

Q7: Pour chacun des projets implantés à 'Jendouba', indiquer le numéro du projet, le numéro du service qui en a la charge ainsi que le nom de famille et l'adresse du responsable du service.

R1 ← $\sigma_{\text{Emplacement}=\text{« Jendouba »}}$ (PROJET)

// Récupérer les projets qui ont lieu à Jendouba

R2 ← (R1 * SERVICE)

// Jointure pour récupérer les services qui en a la charge

R3 ← (R2 $\bowtie_{\text{N}^\circ\text{SSDir}=\text{N}^\circ\text{SS}}$ EMPLOYÉ)

// Jointure pour récupérer les responsables des services

RESULTAT ← $\pi_{\text{N}^\circ\text{Proj}, \text{N}^\circ\text{Serv}, \text{Nom}, \text{adresse}}$ (R3)

// Projection sur le résultat obtenu

Algèbre relationnelle

Q8: Rechercher les noms des employés qui travaillent sur tous les projets contrôlés par le service N° 5.

R1 $\leftarrow \pi_{N^{\circ}\text{Proj}} (\sigma_{N^{\circ}\text{Serv}=5} (\text{PROJET}))$

// Récupérer les Numéros des projets qui sont contrôlés par le service N°5

R2 $\leftarrow \pi_{N^{\circ}\text{Proj}, N^{\circ}\text{SS}} (\text{TRAVAILLER SUR})$

// Récupérer les numéros des projets et employés à partir de TRAVAILLER SUR

R3 $\leftarrow R2 \div R1$

//Récupérer les employés qui ont travaillé sur tous les projets

RESULTAT $\leftarrow \pi_{\text{Nom, prénom}} (R3 * \text{EMPLOYÉ})$

//Projection sur la jointure